О МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССА ПЛАВЛЕНИЯ ЛЬДА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ, НАСЫЩЕННОЙ ЛЬДОМ И ГАЗОМ

Запивахина М.Н., к.ф.-м.н., доцент,

Чураева Р.А., студентка,

Бирский филиал УУНиТ, г. Бирск, Россия

Аннотация. В статье рассмотрена задача о нагнетании теплой воды (температура воды выше исходной температуры пласта) в пористую среду, насыщенную льдом и газом (воздухом). Проведено исследование влияние температуры на темп распространения гидродинамических и температурных полей в пористой среде.

Ключевые слова: моделирование, грунт, поле.

Создание математических моделей, численных алгоритмов и программ расчета процесса разработки пластов дает возможность исследовать фильтрацию потоков в пористых средах.

Посмотрим на численные модели инжекции теплой воды в холодный пористый пласт. Предложим упрощенные модели, описывающие процессы тепло- и массопереноса. Исследуем влияние параметров, определяющих начальное состояние пористой среды, граничного давления, температуры и влагосодержания на темп распространения гидродинамических и температурных полей в пористой среде.

Рассмотрим задачу о нагнетании теплой воды (температура воды выше исходной температуры пласта) в пористую среду, насыщенную льдом и газом (воздухом). Она находится в исходном состоянии при температуре плавления льда $T_0 = 273\ K$. Рассмотрим случай, когда фазовые переходы происходят в объемной области. Тогда в результате нагнетания теплой воды от границы вглубь пласта начинает распространяться объемная область разложения льда, при этом пласт разделяется на 3 зоны. В зоне, которая вблизи границы пласта, поры будут насыщены водой, в промежуточной зоне заполнены водой и льдом, а в дальней зоне в порах содержится газ и лед. Насыщенность пор льдом в дальней зоне равна исходному значению льдонасыщенности пласта S_{i0}.

Будем считать, что в исходный момент времени температура пористого грунта равна T_0, а давление p_0.

$$t = 0 : p = p_0, T = T_0.$$

Пусть через границу $x = 0$ закачивается теплая вода с температурой T_e при постоянном давлении p_e.

Тогда граничное условие примет вид:

$$x = 0 : T = T_e, p = p_e (t > 0)$$

Температуру пористого пласта и насыщающего вещества (газа, воды или льда) будем считать одинаковыми, т.е. процесс однотемпературный. Скелет пористой среды, лед и вода несжимаемы; скелет и лед неподвижны, пористость скелета постоянна:

$$\rho_{sk}, \rho_l, \rho_i, m = const$$

Здесь $\rho_j (j = sk, l, i)$ - истинные плотности фаз; m – пористость; индексы sk, l, i соответствуют параметрам скелета, воды и льда.

Полагая, что в ближней области поры заполнены только водой, т.е. $S_\ell = 1$, уравнение сохранения массы воды и притока тепла запишем в виде

$$\frac{\partial(\rho_l m v_l)}{\partial x} = 0,$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_l c_l m v_l \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right),$$

$$\left(\rho c = (1 - m)\rho_{sk} c_{sk} + m \sum_{j=g,l,i} S_j \rho_j c_j \, , \lambda = (1 - m)\lambda_{sk} + m \sum_{j=g,l,i} S_j \lambda_j\right) \quad (1)$$

$S_\ell = 1$

где S_l - водонасыщенность; v_l- скорость фильтрации воды: $\rho c, \lambda$ - удельная объемная теплоемкость и теплопроводность системы; c_j, λ_j - удельная теплоемкость и теплопроводность фаз. Во всем пласте величины ρc и λ будем полагать постоянными, поскольку основной вклад в эти величины вносят параметры скелета пористой среды.

В качестве закона фильтрации примем закон Дарси

$$m v_l = -\frac{k_l}{\mu_l}\frac{\partial p}{\partial x}, \qquad (2)$$

Зависимость коэффициента проницаемости скелета k_l от "живой" пористости mS_l зададим, используя формулу Козени. Тогда для зависимости проницаемости от водонасыщенности имеем

$$k_l = k_* \frac{(mS_l)^3}{(1-mS_l)^2} \qquad (3)$$

Если m << 1, то $mS_l << 1$, и поэтому можно полагать

$$k_l = k_*(mS_l)^3 \approx k_0 S_l^3 (k_0 = k_* m^3) \qquad (4)$$

где k_0 - проницаемость "чистого" скелета.

Уравнение сохранения массы воды для промежуточной зоны, где поры заполнены льдом и водой, запишется в виде:

$$m(1-S_{i0})\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(m(1-S_{i0})v_l\rho_l) = 0 \qquad (5)$$

$$S_l = 1 - S_{i0}$$

Процесс фильтрации воды в данной области также описывается законом Дарси:

$$m(1-S_{i0})v_l = -\frac{k_l}{\mu_l}\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (6)$$

где коэффициент проницаемости k_l согласно формуле Козени равен $k_l \approx k_0(1-S_{i0})^3$.

На границе между образовавшимися областями выполняются условия баланса массы и тепла:

$$m\rho_l v_{(n)}^{-\dot{x}_{(n)}} = m\rho_l(1-S_{i0})(v_{(n)}^{+}-\dot{x}_{(n)}) + \quad x =$$

$$x_{(n)}: \qquad mS_{i0}(0-\dot{x}_{(n)})\rho_i, \qquad (7)$$

$$-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^{-} = mS_{i0}\rho_i L_i \dot{x}_{(n)}$$

$$x = x_{(d)}: m\rho_l(1-S_{i0})(v_{(d)}^{-}-\dot{x}_{(d)}) + mS_{i0}(0-\dot{x}_{(d)})\rho_i = mS_{i0}(0-\dot{x}_{(d)})\rho_i$$

Здесь c_j- удельная теплоемкость фаз, L_i- удельная теплота плавления льда. Верхние значки (+) и (–) соответствуют значению параметров, терпящих разрыв, перед и за границей.

Сформулированная задача решается в автомодельной постановке. Для этого вводится автомодельная переменная

$\xi = \frac{x}{\sqrt{\aleph^{(T)}t}}\left(\aleph^{(T)} = \frac{\lambda}{\rho c}\right)$, где $\aleph^{(T)}$ – температуропроводность пласта. Закон движения границы фазовых переходов будем искать в виде $x_s = \xi_s\sqrt{\aleph^{(T)}t}$, где $s = n, d$; $s = n$ – соответствует границе между ближней и промежуточной областями, $s = d$ – относится к границе между промежуточной и дальней областями.

Интегрируя уравнения (1) и (5), с учетом начальных и граничных условий, для давления и температуры получим

$\xi = \xi_{(n)}$:

$$T_{(1)} = T_{(n)} + \frac{(T_e - T_{(n)})\int_{\xi}^{\xi_{(n)}} exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{P_{e(n)}\xi}{\xi_{(n)}}\right)d\xi}{\int_{0}^{\xi_{(n)}} exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{P_{e(n)}\xi}{\xi_{(n)}}\right)d\xi} \qquad (8)$$

$$p_{(1)} = p_e + (p_{(n)} - p_e)\frac{\xi}{\xi_{(n)}}$$

$\xi_{(n)} \le \xi \le \xi_{(d)}$:

$$T_{(2)} = T_{(n)} = T_0$$

$$p_{(2)} = p_{(n)} + (p_0 - p_{(n)})\frac{\xi - \xi_{(n)}}{\xi_{(d)} - \xi_{(n)}} \qquad (9)$$

$\xi = \xi_{(d)}$:

$T_{(2)} = T_{(n)} = T_0$ (10)

$p_{(3)} = p_0$

Здесь $Pe_{(n)} = \frac{\rho_l c_l}{\lambda} \frac{k_0 (p_{(n)} - p_e)}{\mu_l}$, $\alpha = \frac{\rho_l c_l Q}{2\pi\lambda}$.

После подстановки решений (8) – (10) в систему граничных условий (7) она принимает вид:

$$\xi = \xi_{(n)}: \quad \frac{(T_{(n)} - T_e)\exp(-\frac{\xi_{(n)}^2}{4} - P_{e(n)})}{\int\limits_0^{\xi_{(n)}} \exp(-\frac{\xi_{(n)}^2}{4} - P_{e(n)}) d\xi} = -\frac{m\rho_i L_i S_{i0}}{2\rho c}\xi_{(n)}$$

$$k_0 \frac{p_e - p_{(n)}}{\xi_{(n)}} - k_l \frac{p_{(n)} - p_0}{\xi_{(d)} - \xi_{(n)}} = m\mu_l \aleph^{(T)} \frac{\xi_{(n)}}{2}(1 - \hat{\rho}) S_{i0}$$

$$\xi = \xi_{(d)}: \quad k_l \frac{p_{(n)} - p_0}{\xi_{(d)} - \xi_{(n)}} = m\mu_l \aleph^{(T)} \frac{\xi_{(d)}^2}{2}(1 - S_{i0}) \qquad (11)$$

Здесь $\tilde{\rho}_l = \frac{\rho_l}{\rho}, \tilde{\rho}_i = \frac{\rho_i}{\rho}, \tilde{\rho} = \frac{\rho_i}{\rho_l}$.

Таким образом, теоретическое описание полей давления и температур свелось к нахождению трех неизвестных параметров $\xi_{(n)}$, $\xi_{(d)}$, и $p_{(n)}$ из системы (11). Такая система может быть решена численно, например, методом итераций. Для параметров, определяющих свойства пористого грунта (если специально не оговорено), воды и льда принимаем следующие значения: $m = 0{,}1$, $k_0 = 10^{-13} м^2$, $\rho c = 1{,}6 \cdot 10^6 \frac{Дж}{(К \cdot кг)}$, $\lambda = 0{,}105 \frac{Вт}{(м \cdot К)}$, $\rho_\ell = 10^3 \frac{кг}{м^3}$, $\rho_i = 900 \frac{кг}{м^3}$, $\mu_l = 10^{-5} \frac{кг}{(м \cdot с)}$, $L = 3{,}4 \cdot 10^5 \frac{Дж}{кг}$, $c_l = 4200 \frac{Дж}{(кг \cdot К)}$, $T_0 = 273 К$, $T_e = 320 К$ $p_0 = 0{,}1 МПа$, $p_e = 0{,}15 МПа$, $S_{i0} = 0{,}5$.

На рисунке 2 представлены картины полей давления и температуры для различных значений температур закачиваемой воды $T_e = 300, 320, 340 К$. Из данного рисунка видно, что увеличение температуры закачиваемой воды не приводит к существенному росту области разложения льда.

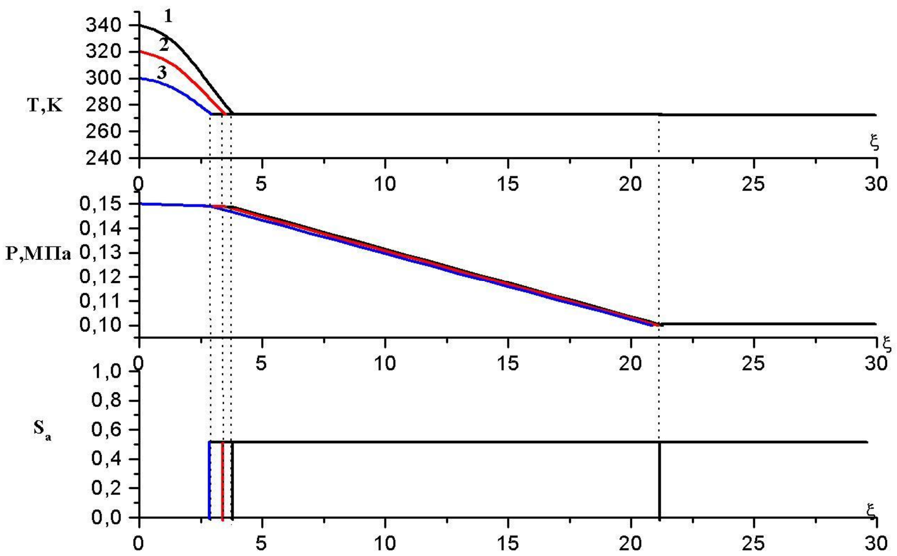

Рис.1 Влияние температуры инжектируемой воды на распределение температуры и давления в пористой среде

Таким образом, экономически целесообразным является плавление мерзлых грунтов, насыщенных льдом и газом (воздухом), при достаточно низкой температуре инжектируемой воды (около $300\ K$).

Литература

1. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. – М.: Недра, 1984. – 211 с.

2. Авдонин Н.А. Математическое описание процессов кристаллизации. - Рига: Зинатне. 1980. –180 с.

3. Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д. Нефтегазовая гидромеханика. – М. Ижевск: ИКИ, 2005. – 544 с.